

實驗六 旋轉系統實驗

實驗 6-1 角動量守恆

目的：

藉由水平發射一個球體，進入旋轉平台上之捕捉器驗證角動量守恆。

原理：

一個圓球被水平發射且射進平台上的捕捉器，使得平台旋轉，如圖 6.1。

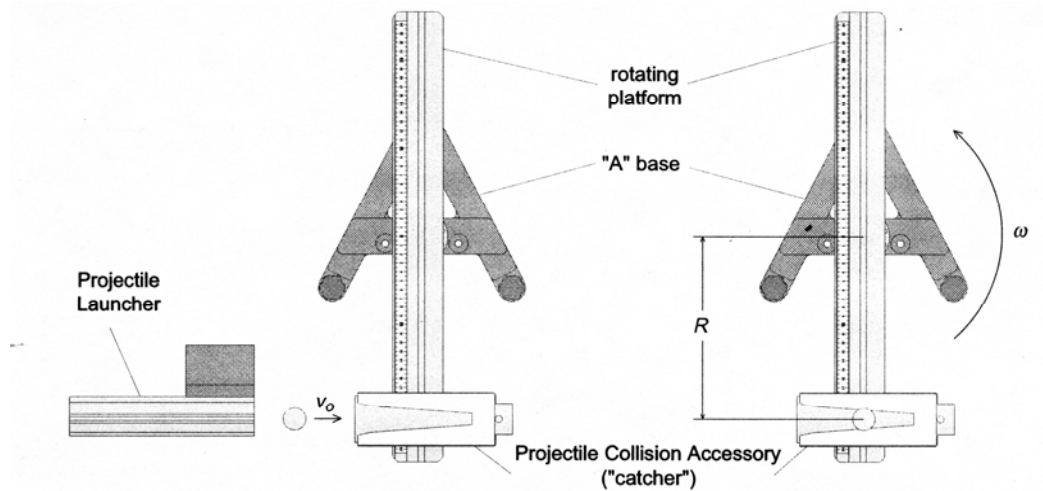


圖 6.1 角動量守恆

在碰撞期間角動量守恆，即碰撞前和碰撞後之角動量相等，但能量並不守恆。所以角動量為

$$L = m_b v_0 R = I\omega \quad (6.1)$$

這裡 m_b 為圓球的質量、 v_0 為圓球的初始速度、 R 為圓球與旋轉軸之間的半徑、 I 為捕捉器、球與平台的轉動慣量、而 ω 為碰撞後之系統瞬間角速度。因此可求出球的初始速度 v_0 ：

$$v_0 = \frac{I\omega}{m_b R} \quad (6.2)$$

如何獲得實驗中的旋轉慣量 I ：

利用已知的力矩施加於系統和量出角加速度，可獲得轉動慣量。由於 $\tau = I\alpha$ ，所以

$$I = \frac{\tau}{\alpha} \quad (6.3)$$

其中 α 是角加速度(等於 a/r)，力矩 τ 是由細線掛著的重物產生

$$\tau = r T \quad (6.4)$$

r 為纏線圓筒的半徑， T 為線之張力。如圖 6.2 對懸掛砝碼 m ，應用牛頓第二運動定律，

$$\Sigma F = mg - T = ma \quad (6.5)$$

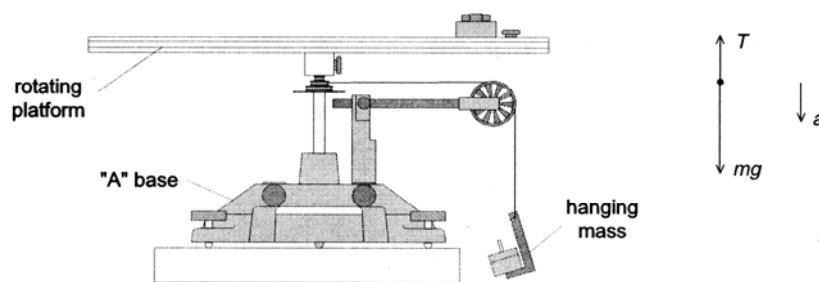


圖 6.2

所以細線之張力可表示為：

$$T = m(g - a) \quad (6.6)$$

因此，只要知道質量 m 的線性加速度 a ，即可得知力矩和角加速度，並可求出轉動慣量 I 。

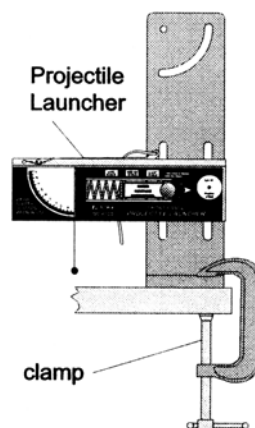
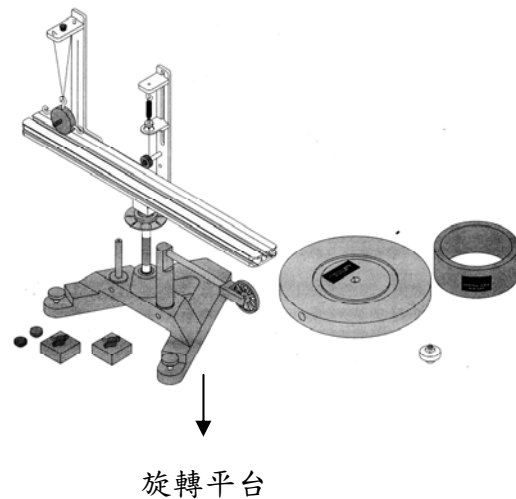


圖 6.3

球起始速度的決定，可由發射器水平射出球，落至地面後測量球的垂直與移動的水平距離。若球有個初速度 v_0 水平離開桌子，則球經過之水平距離 $x = v_0 \cdot t$ ， t 是在飛行的時間。忽略空氣之摩擦力，則球在時間 t 內垂直移動距離 $y = gt^2/2$ ，因此球飛行的時間為 $t = \sqrt{2y/g}$ 。然後，球離開發射槍瞬間之初始速度，則可以用 $v_0 = x/t$ 求出。

儀器：

- 旋轉平台
- 投射體發射器
- 投射體碰撞附件
- 自動滑輪光閘(Smart Pulley Photogate)
- 自動滑輪計時軟體
- 橡皮筋
- 白紙和複寫紙
- 線
- 計量桿
- 砝碼掛鉤組



Part I：計算球離開發射槍瞬間的初速 v_0

裝置準備：

1. 夾持固定發射器於堅固的桌子尾端。
2. 調整發射器的角度成 0 度，使得球可被水平射出。參考圖 6.3。

步驟：

1. 把球放進發射器和轉向中射程的位置。射擊一次然後尋找球落地位置。在這個位置，放一張白紙在地板上。放一張複寫紙（碳面朝下）在這張紙的上面。當球落地時，它會留一個記號在白紙上。
2. 射擊 10 發。
3. 測量槍管出口到地面的垂直距離，記錄於表 6-1。
4. 使用一只垂直秤錘在地板上找到點，這個點在槍管發射口的下面。測量從槍管發射口到白紙邊緣的水平距離，記錄在表 6-1。
5. 測量從紙的邊緣到 10 個點中的每一個點的距離，並記錄這些距離在表 6-1。
6. 找出這 10 個距離的平均值並且記錄在表 6-1。
7. 使用垂直距離和平均水平距離，計算球的飛行時間和初速度，記錄在表 6-1。

替代方法：用光閘確定飛行初速

1. 把光閘支撐架裝上到發射器並且在支撐架中裝上兩光閘。把光閘連線到電腦或者其他計時器。
2. 把球放進投射體發射器和轉向中射程的位置。
3. 把球射擊 3 次並且得到平均速度。記錄在表 6-2。
4. 讓光閘之間的距離為 10 公分，計算其初速度並且記錄在表 6-2。

Part II：角動量守恆

裝置準備：

1. 測量圓球的質量並記錄在表 6-3。
2. 以橡皮筋綁緊軌道上捕捉器如圖 6.4。
3. 把發射器裝設得如 Part I 一樣，將捕捉器的中間線對準到發射器。並把發射器夾在桌子上。
4. 將光閘裝置於光閘桿上。

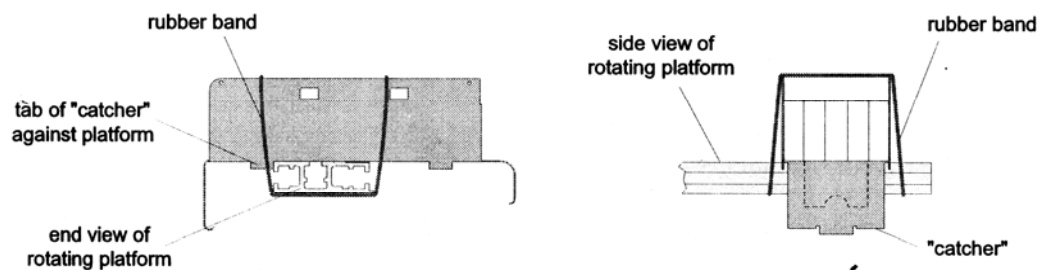


圖 6.4

步驟：

1. 把球裝入中距離設定的發射器內。
2. 在旋轉盤保持靜止的情形下，把球射擊進捕捉器，並記錄旋轉盤的角速度於表 6-3 中，重複射擊 5 次。
3. 測量旋轉軸到捕捉器內的鋼球的距離，並且記錄在表 6-3。

Part III：計算轉動慣量

裝置準備：

1. 裝置光閘計時器。
2. 將細線纏繞於 Smart Pulley 與中心之滑輪上，線必須通過滑輪，如圖 6.2 所示。

步驟：

考慮摩擦力因素

由於轉動慣量 I 之計算是假設裝置摩擦力為零，因此需補償實驗中摩擦力之影響，將減去一個等效 "摩擦質量" 加速裝置速度，以去除摩擦力影響。如圖 6.2 所示，摩擦質量為 Pulley 是等速旋轉時，找出摩擦質量記錄於表 6-4。

求出機構的加速度

1. 求出加速度，放約 30 克(砝碼於掛勾上)。
2. 利用碼錶紀錄物體由桌面落至地面的時間 t ，採用直線運動方程式，可得加速度：

$$a = \frac{2y}{t^2} \quad (6.7)$$

此處的 y 為桌面至地面的高度。

量測半徑：

使用卡尺，測量繞線圓桶的半徑。並記在表 6-4。

分析：

1. 由表 6-3，計算出平均角速度並且記在表 6-5。
2. 計算轉動慣量：

計算 加速度的質量 = (砝碼的質量 - 摩擦質量)。

計算 轉動慣量的實驗值，並記錄在表 6-5。
3. 使用平均角速度、轉動慣量及距離 r ，計算圓球離開槍口瞬間時的速度，並記於表 6-5。
4. 計算從 **Part I** 和 **Part II** 求得槍口速度的相差百分比。記於表 6-5。

實驗 6-1 角動量守衡

表 6-1 計算初始速度

次數	距離
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
平均	
總合	
垂直距離 =	
到紙邊緣的水平距離 =	
初始速度 =	

表 6-2 使用光閘的初速度

次數	時間
1	
2	
3	
平均時間	
初始速度	

表 6-3 角動量守恆

球旋轉半徑 = _____ ; 球質量 = _____

角速度	
1	
2	
3	
4	
5	
平均	

表 6-4 轉動慣量

摩擦質量	
懸掛砝碼質量	
半徑	

表 6-5 結果

平均角速度	
轉動慣量	
計算射擊初速度, v_0	
射擊初速度	
相差百分比	

問題：

1. 在碰撞過程有多少百分比的動能損失？ 使用質量和速度來計算之。

$$\%Lost = \frac{KE_{before} - KE_{after}}{KE_{before}} \times 100\%$$

實驗 6-2 質點的旋轉慣量

儀器：

- 精確計時程式
- 迴紋針(總質量<1 克>)
- 電子秤
- 砝碼掛鉤組
- 10-spoke 滑輪附光閘頭
- 卡尺

目的：

這個實驗目的是以實驗測得的質點旋轉慣量，與計算獲得數值之比較。

原理：

理論之質點轉動慣量 I 由 $I=MR^2$ 得知， M 是質量， R 是質點旋轉軸距。

為求出實驗的轉動慣量，一個已知的力矩被應用在物體上可求得其角加速度。從 $\tau = I\alpha$ 求出：

$$I = \frac{\tau}{\alpha}$$

而 α 是角加速度(等於 a/r)， τ 是線上懸掛重量所產生的力矩如 6-1 所示。

裝置準備：

- (1) 將方形砝碼(質點)裝置在旋轉台的軌道上，某個半徑位置處固定。
- (2) 安裝 Smart pulley 及光閘器。

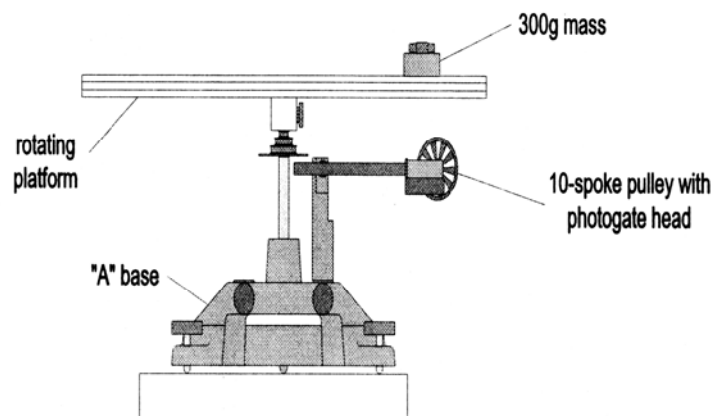


圖 6.5

步驟：

Part I：轉動慣量理論值之前置測量

- (1) 量取方形砝碼質量，得到其質量 M 並記在表 6-6。
- (2) 測量從旋轉軸到方形砝碼中心點的距離 R ，並記錄半徑於表 6-6。

Part II：實驗測量

考慮摩擦力因素：

如實驗 6-1 所述。

找出質點和儀器的加速度：

- (1) 為了找出加速度，掛 50g 質量砝碼於掛勾上。
- (2) 同前。

測量半徑：

- (1) 使用卡尺，測量這根線纏繞在圓柱上的直徑並且計算其半徑。記錄在表 6-7。

單獨找到儀器的加速度：

用前面找出質點和儀器的加速度的實驗中，為儀器與質點記錄。如決定儀器平均的加速度以及轉動慣量，將儀器本身的轉動慣量從整體中減掉，可獲質點的轉動慣量。

- (1) 把質點從旋轉儀器移開且對儀器單獨重複找出質點和儀器的加速度的步驟。
- (2) 記錄資料在表 6-7。

計算：

- (1) 計算加速度時的質量 m 為懸掛砝碼質量－摩擦質量。
- (2) 計算出包含質點和儀器時之整體轉動慣量的實驗值，並記錄在表 6-8。
- (3) 計算單獨儀器轉動慣量的實驗值，記錄在表 6-8。
- (4) 整體轉動慣量減掉獨計算儀器轉動慣量，獲得單獨只有質點的轉動慣量。記錄在表 6-8。

- (5) 計算質點轉動慣量的理論值。記錄於表 6-8。
- (6) 比較實驗值和理論值之相差百分比。記錄於表 6-8。

實驗 6-2 質點的旋轉慣量報告

表 6-6 轉動慣量理論值

質量	
半徑	

表 6-7 紀錄轉動慣量

	質點和儀器	僅儀器
摩擦質量		
懸掛砝碼		
半徑		

表 6-8 結果

儀器和質點的轉動慣量	
僅儀器的轉動慣量	
質點轉動慣量(實驗值)	
質點轉動慣量(理論值)	
相差百分比	

實驗 6-3 向心力

儀器：

- 向心力附件
- 碼表
- 圖紙(2 張)
- 線
- 旋轉平台
- 天平
- 砝碼掛鉤組

目的：

實驗目的是在學習物體在圓形軌道上旋轉時，改變物體質量、圓形軌道半徑以及向心力對旋轉物體的影響。

原理：

當一個質量 m 的物體，繫上一條長度 r 的線上，在一個水平圓上旋轉，其質量的向心力由以下得到：

$$F = \frac{mv^2}{r} = mr\omega^2$$

這裡 v 是切線速度， ω 是角速度($v = r\omega$)。測量其速度，就可測得旋轉一圈的時間(週期， T)。故可得：

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

則向心力可表示為：

$$F = \frac{4\pi^2 mr}{T^2}$$

準備：

調整"A"形底座和旋轉平台之水平。

步驟：

Part I：改變半徑(力和質量不變)

(1) 向心力和懸掛物體的質量，在這部分的實驗將保持不變。系統設定如圖六所示。

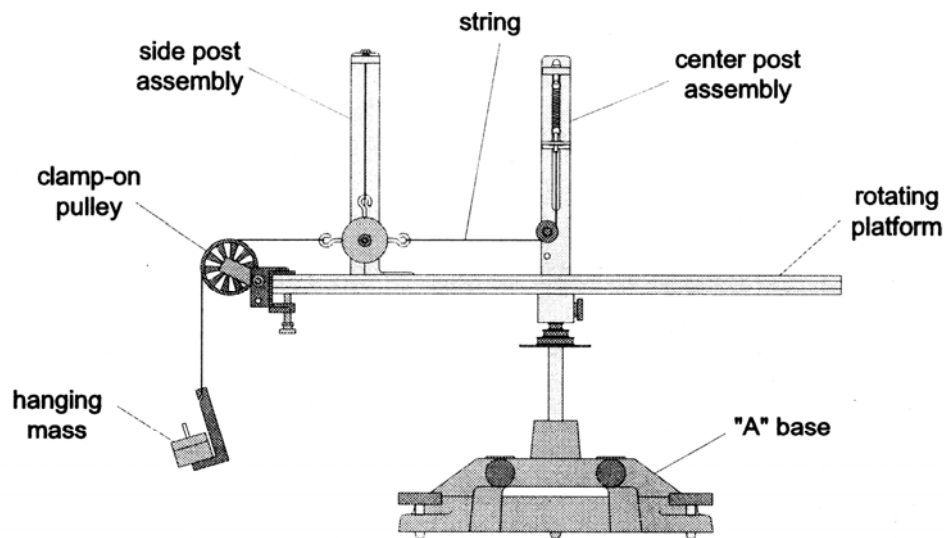


圖 6.6

(2) 將可挾持滑輪(clamp-on pulley)裝在軌道末端，繫上一根線，並且懸掛已知的質量。記錄質量在表 6-9。這步驟使得向心力保持定值。

(3) 將邊桿裝置於距離中心桿一個距離，稱為半徑。記錄其半徑在表 6-9。

(4) 中心桿、邊桿確定垂直，配重之懸線對齊邊桿之中心。

(5) 調整中心桿指示架位於橘色指標中心位置。

(6) 移除掛在滑輪上面的物體，移除滑輪。

(7) 旋轉儀器，產生速度直到橘色指標位於指示架中心。這表示線支撐的懸掛物體再一次垂直中心桿且懸掛物體在預設的半徑上。

(8) 維持速度，使用碼錶計時 10 圈，把時間除以 10 為週期，記錄在表 6-9。

(9) 移動邊桿到新的半徑位置，並重複步驟。總共重複五個不同半徑。

分析：

- (1) 掛在滑輪上面的砝碼重量等於彈簧產生的向心力。以"克"為單位，計算物體掛在滑車上面的力量，並記錄在表 6-10。
- (2) 計算每次試驗週期的平方，並記錄在表 6-9。
- (3) 繪製週期平方相對於半徑的圖表。這將呈現一直線：

$$r = \left(\frac{F}{4\pi^2 m} \right) T^2$$

- (4) 繪出通過資料點最適合的直線並且測量其斜率。記錄其斜率在表 6-9。
- (5) 從斜率計算向心力並記錄在表 6-10。
- (6) 計算向心力和表 6-10 記錄中找到的兩個數值之間的相差百分比。

Part II：改變向心力（半徑跟質量不變）

在實驗的這部分旋轉半徑和懸掛物體的質量將保持不變。

- (1) 秤配重質量並記錄它的質量在表 6-11。系統安裝如圖 6.7。
- (2) 同前實驗(2)~(8)步驟。
- (3) 改變向心力，再次把滑輪夾在軌道上並把滑輪掛上不同的質量。保持半徑不變並從第 4 步驟開始重作一遍。總共重複五個不同的力。

分析：

- (1) 掛在滑輪上面的砝碼重量等於彈簧產生的向心力。以"克"為單位，計算物體掛在滑車上面的力量，並記錄在表 6-11。
- (2) 計算每次試驗週期平方的倒數並且記錄在表 6-11。
- (3) 畫出向心力相對於週期平方倒數的圖表。這將會得到一條直線從：

$$F = \frac{4\pi^2 mr}{T^2}$$

- (4) 繪出通過資料點最適合的線並且測量其斜率。記錄其斜率在表 6-11。
- (5) 從斜率計算物體質量並且記錄在表 6-12。
- (6) 計算所求得物體質量這 2 個值之間的相差百分比並且記錄在表 6-12。

Part III：改變質量（半徑和力不變）

本實驗的這個部分，其向心力和旋轉半徑保持不變。

- (1) 秤配重質量，記錄其質量在表 6-13。通過在中心桿的滑輪，將物體以細線掛在邊緣桿上，並且用線連結彈簧與物體。
- (2) 同前實驗(2)~(8)步驟。
- (3) 改變物體質量，且保持半徑不變。重新測量週期。再次秤物體，並將質量和週期記錄在表 6-13。

分析：

- (1) 掛在滑輪上面的砝碼重量等於彈簧產生的向心力。以"克"為單位，計算物體掛在滑車上面的力量，並記錄在表 6-13。
- (2) 計算每個試驗的向心力且記錄在表 6-13：

$$F = \frac{4\pi^2 mr}{T^2}$$

- (3) 從每個試驗中理論向心力和 mg ，計算相差百分比。記錄在表 6-13。

實驗 6-3 向心力報告

表 6-9 改變半徑

物體質量 = g		
滑輪上懸掛砝碼 =		
圖表斜率 =		
半徑(mm)	週期(T)	週期平(T ²)

表 6-10 結果(改變半徑)

向心力 = mg	
從斜率得到向心力	
相差百分比	

表 6-11 改變向心力

物體質量 =			
半徑 =			
圖表斜率 =			
滑輪上砝碼	向心力 = mg	週期(T)	週期平方的倒數

表 6-12 結果(改變向心力)

物體質量(從天平秤得)	
物體質量(從斜率計算)	
相差百分比	

表 6-13 改變物體質量

滑輪上懸掛砝碼 =			
向心力 = mg =			
半徑 =			
物體質量	週期(T)	計算向心力	相差百分比

問題：

- (1) 當半徑被增加時，轉動週期增加或者減少？
- (2) 當旋轉物體的半徑和質量維持一定時，向心力隨著週期的增減而有所改變嗎？
- (3) 當物體的質量增加時，向心力是增加或減少？

6-4：質點的角動量守恆

目的：

一個質量在一個圓上旋轉，當它旋轉半徑變小，可由角動量守恆，得知其角速度之改變。

原理：

角動量守恆：

$$L = I_i \omega_i = I_f \omega_f$$

這裡 I_i 是初始轉動慣量而 ω_i 是初始角速度。所以最終轉動速度由以下得到：

$$\omega_f = \frac{I_i}{I_f} \omega_i$$

理論之質點轉動慣量 $I = MR^2$ 計算。而轉動慣量如 **6-1** 之原理過程量測得到。

儀器：

- 自動滑輪計時程式
- 轉動慣量附件
- 旋轉平台
- 自動滑輪(Smart Pulley)
- 天平

Part I：角動量守衡

裝置準備：

- (1) 軌道之水平校正。
- (2) 大約在 5 公分處，鎖一螺栓來阻擋滑動的方形砝碼。如圖 6.7。

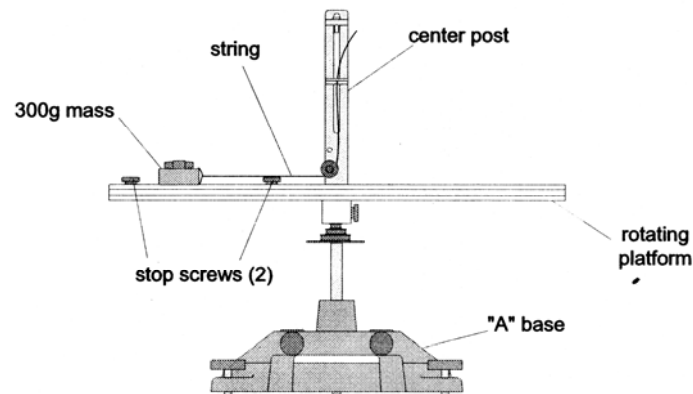


圖 6.7 角動量守恆裝置

- (3) 方形砝碼一側有孔的方向朝向中心桿，在軌道上滑動方形砝碼，其方形螺帽插入 T 型槽，但是不用鎖緊螺帽，方形砝碼必須能輕易滑進 T 型槽。
- (4) 鎖緊第二個阻擋螺帽，大約位於 20 公分處。使得方形砝碼在二個阻擋間自由滑動。
- (5) 把中心桿滑輪移動到較低位置，從中心桿移除彈簧座組。
- (6) 繫上一根線在方型砝碼中的孔，繞過中心桿滑輪，並經過指示座。
- (7) 裝置自動滑輪光閘(Smart Pulley Photogate)於底座黑色桿上，把它放在適當位置使其可以通過在中心旋轉軸滑輪上的洞。

步驟：

- (1) 抓著這條線剛好在中心桿上，方形砝碼靠著最外的阻擋螺帽，推動軌道旋轉。測量其轉速。
- (2) 在向上拉這根線使方形砝碼靠向內側的阻擋螺帽，測量轉速。
- (3) 使用不同的初始角速度，重複做 3 次實驗。將數值記錄在表 6-14。

Part II : 決定轉動慣量

測量 2 次儀器的轉動慣量：一次方形砝碼在初始位置而另一次在最終位置。

準備：

(1) 系統安裝如圖 6.8 所示。

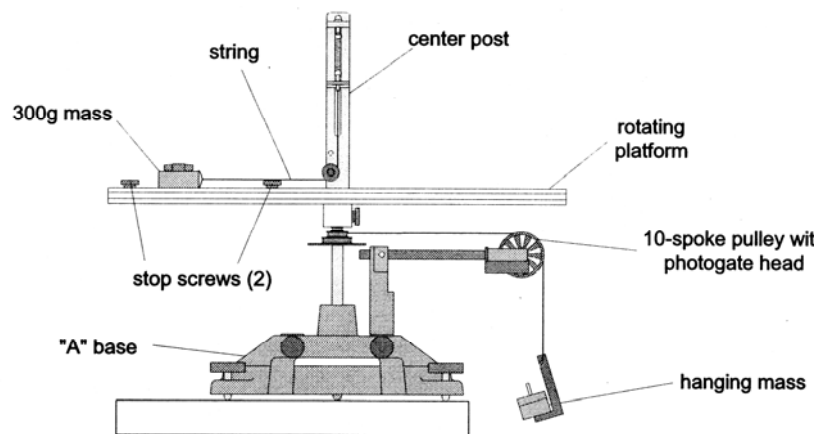


圖 6.8

步驟：

考慮摩擦力因素

如前述之步驟。記錄等效 "摩擦質量" 在表 6-15。

找出儀器的加速度

- (1) 放約 30 克砝碼於掛勾上，使其向下運動，並紀錄落至地面的時間。
- (2) 測量纏繞線之半徑，並記錄在表 6-15。

分析：

(1) 計算轉動慣量：

- 從懸掛砝碼質量扣除 "摩擦質量"，維物體實質質量 m 。
- 計算轉動慣量的實驗值並且記錄在表 6-16。

- (2) 計算最終角速度的預期(理論)值，並且記錄在表 6-16。
- (3) 對每一次試驗，計算最終角速度的實驗值和理論值之間的相差百分比，並且記錄在表 6-16。

實驗 6-4 質點的角動量守恆報告

表 6-14

角速度		
次數	初始	最終
1		
2		
3		

表 6-15 轉動慣量資料

	質量位於外部阻擋螺帽	質量位於內部阻擋螺帽
摩擦質量		
懸掛質量		
半徑		
轉動慣量		

表 6-16 結果

	第一次	第二次	第三次
角速度理論值			
相差百分比			

問題：

計算線上拉前的旋轉動能 $\left(KE_i = \frac{1}{2} I_i \omega_i^2 \right)$ 。計算線上拉之後的旋轉動能 $\left(KE_f = \frac{1}{2} I_f \omega_f^2 \right)$ 。哪一個動能比較大？為什麼？

6-5：圓盤與圓環轉動慣量

目的：

本實驗之目的在量測找出一個圓環和一個圓盤的轉動慣量，並驗證實驗質與理論計算值相符合。

原理：

理論上，一個圓環(circular ring)對於中心軸之轉動慣量 I ，可由下式得到：

$$I = \frac{1}{2}M(R_1^2 + R_2^2)$$

M 是圓環質量， R_1 是圓環內半徑， R_2 是圓環外半徑，如圖 6.10 所示。而圓盤(disk)對於中心軸轉動慣量則為：

$$I = \frac{1}{2}MR^2$$

M 是圓盤質量， R 是圓盤半徑，圓盤對於直徑軸之轉動慣量 I ，可由下式得到：

$$I = \frac{1}{4}MR^2$$

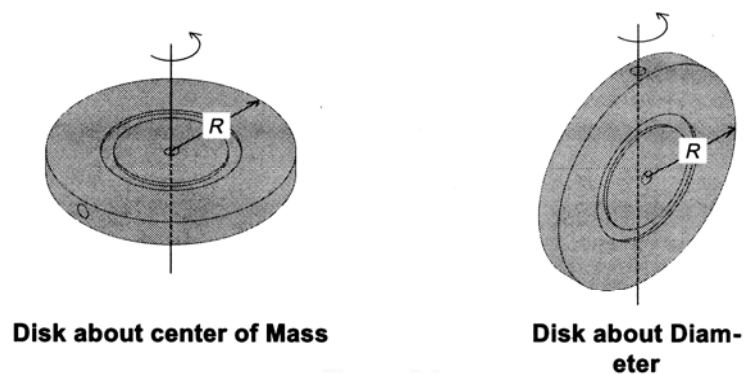


圖 6.10

實驗上找到轉動慣量，可由一個已知扭矩施於一個物體，並量得其角速度。因為 $\tau = I\alpha$ ，可知：

$$I = \frac{\tau}{\alpha}$$

α 是角加速度，相當於 a/r ， τ 是纏繞於底作懸掛重物線上的所產生的扭矩。

$$\tau = rT$$

r 是纏繞線的圓桶半徑， T 是線的張力。應用牛頓第二運動定律於懸掛物 m ，由以下可得：(如圖 6.11 所示)

$$\sum F = mg - T = ma$$

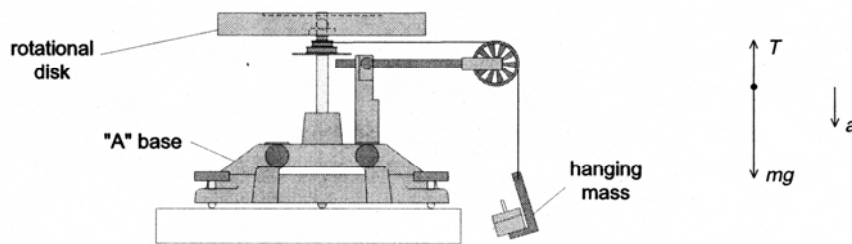


圖 6.11

線張力由下式可得：

$$T = m(g - a)$$

一個質量 m 的直線加速度確定，扭矩 τ 和角加速度 α 從轉動慣量的計算中可求得。

儀器：

- 精確計時程式
- 轉動慣量配件
- 自動滑輪(Smart Pulley)
- 卡尺
- 懸掛砝碼組
- 紙用迴紋針(質量 $\lt; 1g >$)
- 電子秤

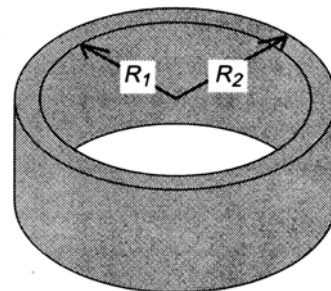


圖 6.9

裝置準備：

- (1) 從旋轉平台移除軌道，直接放置圓盤在中心軸，如圖 6.12 所示。
- (2) 將圓環沿著壓痕放置好於圓盤上。
- (3) 滑輪安裝如圖 6.12 所示。

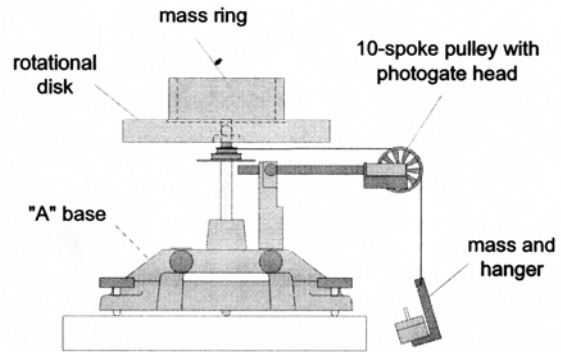


圖 6.12

步驟：

轉動慣量理論的量測法

- (1) 秤圓環及圓盤重量找到它們的質量，並記錄於表 6-17。
- (2) 量測圓環內圓及外圓直徑，並計算半徑 R_1 、 R_2 記錄於表 6-17。
- (3) 量測圓盤直徑並計算半徑 R 。記錄半徑於表 6-17。

實驗方法的量測：

考慮磨擦力因素

如實驗 6-1 所述。

找出圓環及圓盤的加速度

- (1) 找出加速度，放約 50g 於滑輪上，纏繞線並讓物體從桌上落下到地面，在落地瞬間量取其時間。
- (2) 計算加速度。

量測半徑

使用卡尺，量測被線纏繞的圓桶直徑並計算半徑。記錄於表 6-18。

找出圓盤的加速度

因為在前步驟中圓盤跟圓環一起旋轉，因此必須找出圓盤本身的加速度和轉動慣量，因此進而由整體的轉動慣量減去該值，便可以得到圓環的轉動慣量。在旋轉儀器上拿下圓環並只對圓盤重複前面的步驟。

圓盤在穿過直徑的軸旋轉

從軸上系統安裝，如圖十三所示。

重複前項步驟，來決定關於圓盤直徑的轉動慣量。在表十八記錄數據。

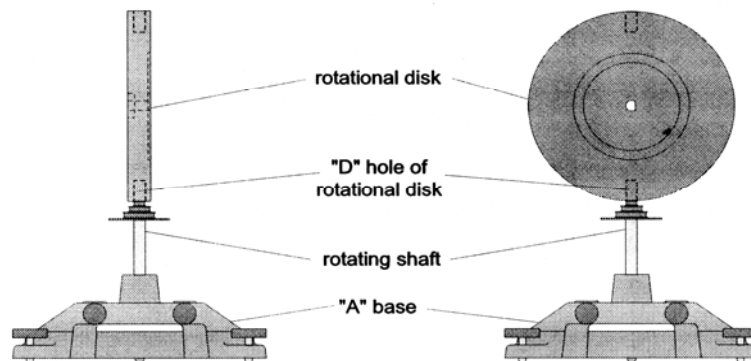


圖 6.13

計算：

在表 6-19 紀錄下面的計算結果。

- (1) 從懸掛砝碼中去掉"摩擦質量"來加速儀器，且計算方程式所需的質量 m 。
- (2) 一起計算圓盤及圓環的轉動慣量的實驗數據。
- (3) 只計算圓盤轉動慣量的實驗數據。
- (4) 在圓盤及圓環全部轉動慣量減去圓盤轉動慣量，剩下圓環轉動慣量。
- (5) 計算關於圓盤直徑轉動慣量的實驗數據。
- (6) 計算圓環轉動慣量的理論數據。
- (7) 計算關於圓盤中心砝碼及直徑轉動慣量的理論數據。
- (8) 對照實驗數據及理論數據的相差百分比。

實驗 6-5 圓盤與圓環轉動慣量報告

圓環質量	
圓盤質量	
圓環內徑	
圓環外徑	
圓盤半徑	

表 6-17 理論轉動慣量

	圓盤加圓環	僅圓盤	垂直圓盤
摩擦質量			
懸掛砝碼			
半徑			

表 6-18 轉動慣量資料

圓環加圓盤的轉動慣量	
圓盤的轉動慣量	
圓環的轉動慣量	
垂直圓盤的轉動慣量	
圓盤的轉動慣量	
圓環的轉動慣量	
垂直圓盤的轉動慣量	
圓盤相差百分比	
圓環相差百分比	
垂直圓盤相差百分比	

表 6-19 結果