

實驗八 楊氏係數之測定

目的：

使用千分表測量金屬的彎曲距離，代入彈性曲線方程式，推算出其彈性係數，以驗證彈性曲線方程式。

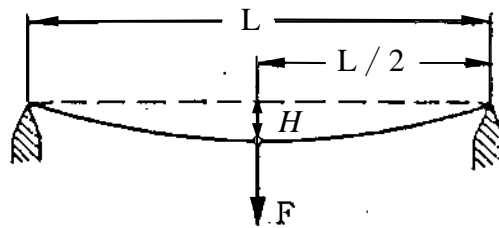


圖 8.1

原理：

虎克定律指出一彈性體在彈性限度內，應力與應變成正比，其比值稱之為楊氏彈性係數 (E)。就單一金屬棒如圖 8.1 而言，若其支點在兩側，負荷集中在中央，再考慮金屬棒的長短、斷面形狀、材料及負荷之分佈，吾人可知其中點的位移

$$H = \frac{FL^3}{4EBt^3} \quad (8.1)$$

或

$$E = \frac{FL^3}{4HBt^3} \quad (8.2)$$

其中

H ：撓度(中心處凹下距離) (Deflection)。

F ：作用力 (質量 \times 重力加速度)。

L ：兩支點間的測試棒長度。

E ：楊氏彈性係數。

B ：測試棒的寬度。

t ：測試棒的厚度。

從 (8.2) 式中知道，只要能夠量得 (8.2) 式中各個物理量的值，就可算出金屬棒的楊氏係數。另外，吾人可使用不同的材料或不同長度、不同寬度或不同厚度或不同的作用力來作實驗，其結果將可證明彈性曲線方程式。之將其分別敘述如下：

$$H \propto 1/E \quad (8.3) \quad \text{撓度正比於楊氏係數的倒數。}$$

$$H \propto 1/B \quad (8.4) \quad \text{撓度正比於寬度的倒數。}$$

$$H \propto 1/t^3 \quad (8.5) \quad \text{撓度正比於厚度三次方的倒數。}$$

$$H \propto F \quad (8.6) \quad \text{撓度正比於作用力。}$$

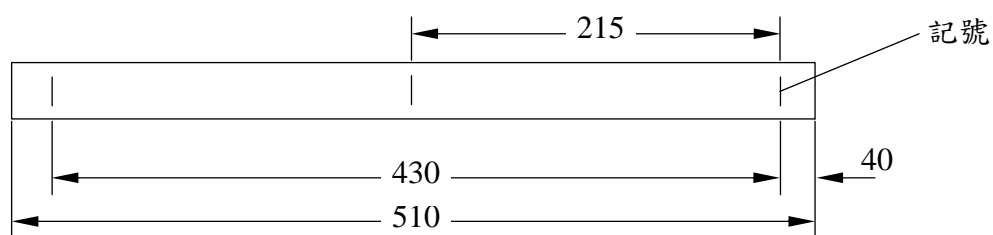
$$H \propto L^3 \quad (8.7) \quad \text{撓度正比於長度的三次方。}$$

從式 (8.3) 至式 (8.7)，我們亦可歸納出如下關係式，欲使兩邊相等需加一常數 k ，適當選擇實驗中有關數據，代入即可獲得 k 值，並證明方程式 (8.1)

$$H \propto \frac{FL^3}{EBt^3} \Rightarrow H = k \frac{FL^3}{EBt^3} \Rightarrow H = \frac{FL^3}{4EBt^3}$$

儀器

測定台座，磁性固定座、量表、捲尺、扳手、砝碼、待測金屬棒（銅、鋁、黃銅及鋼等 17 種）。



待測棒畫記號圖

步驟

一 測量不同金屬材料的彈性係數

1. 取四支待測棒 (鋁、銅、黃銅及鋼)，其規格大小均相同，分別為長 510 mm × 寬 20 mm × 厚 4 mm。並在每支待測棒上作記號，畫出中心線及測試長度 430 mm 處的標示。

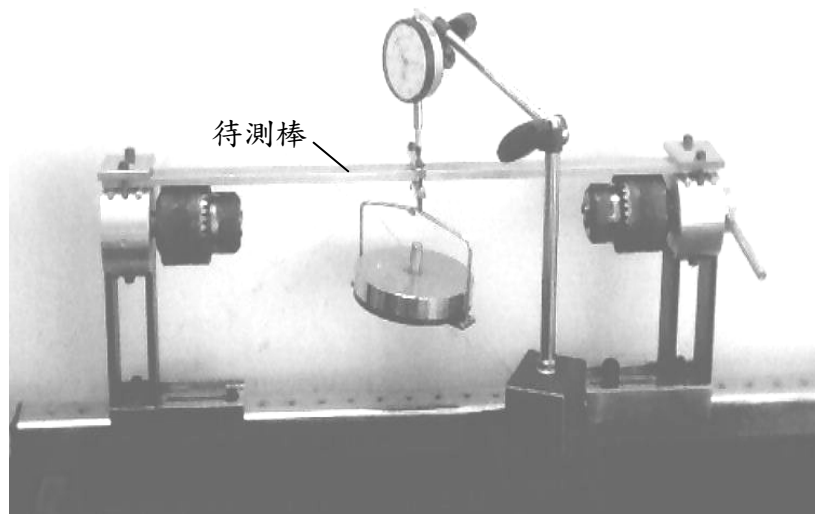


圖 8.2

2. 如圖 8.2 裝置，將砝碼勾架置於一測試棒的中心處，再放在測定台上，並調整兩支點之間之距離恰為 430 mm，然後固定之。
3. 將磁性固定座，固定於測定台座上，裝上量表，使其探針接觸砝碼勾架，記錄此時的刻度讀數為 H_0 。(註：因加重後，向下彎曲，量表讀數減少，故 H_0 的讀數應調整稍大或接近滿刻度 10 mm。)
4. 小心放置相當於 9.8 牛頓的 1 公斤砝碼 (連勾盤) 於勾架上，此時測試棒將彎曲，讀取量表的讀數，記為 H_1 。
5. 撓度 (彎曲度) H 等於 $H_0 - H_1$ ，再加上其他量 (F 、 L 、 B 、 t) 代入式 (8.2) 即可求得此待測金屬棒的楊氏彈性係數 (E)。
6. 再取另一待測棒，重複前面步驟，求得楊氏彈性係數。如此類推，一直到四支待測金屬棒均測試完成。

二 撓度 H 與楊氏係數 E 之關係

1. 將步驟一的四種金屬棒測得的撓度 (H) 及其楊氏係數 (E) 的倒數列成一表
2. 以 $1/E$ 為橫座標, H 為縱座標, 畫出曲線圖。如為直線, 即知撓度正比於楊氏係數的倒數 ($H \propto 1/E$)。

三 撓度 H 與寬度 B 之關係

1. 取鋁測試棒五支, 長均為 510 mm (測試長度 $L = 430$ mm), 厚均為 5 mm, 但寬(B) 分別為 10 mm、15 mm、20 mm、25 mm、30 mm, 置於測定台上。
2. 如前面步驟一之測量, 加重 1 kg (9.8 N) 後, 分別量得其撓度 (H)。
3. 以寬度倒數 ($1/B$) 為橫座標, 撓度 (H) 為縱座標畫曲線圖。如為直線, 即知撓度正比於寬度倒數 ($H \propto 1/B$)。

四 撓度 H 與厚度 t 之關係

1. 取鋁測試棒五支, 長均為 510 mm, 寬均為 20 mm, 但厚度 t 分別為 3 mm、4 mm、5 mm、6 mm、8 mm, 分別置於測定台上。
2. 如前面步驟一之測量, 加重 1 kg (9.8 N) 後, 分別量得其撓度 (H)。
3. 以厚度次方的倒數 ($1/t^3$) 為橫座標, 撓度(H) 為縱座標畫出曲線圖。如為直線, 即之撓度正比於厚度 3 次方的倒數 ($H \propto 1/t^3$)。

五 撓度 H 與作用力 F 之關係

1. 取鋁測試棒一支, 長 510 mm, 寬 20 mm, 厚 5 mm, 置於測定台上。
2. 如前面步驟一之測量, 分別加重 0.5 kg、1 kg、1.5 kg、2 kg, 並量得其撓度 (H)。
3. 以作用力 (重量) 為橫座標, 撓度為縱座標, 畫出曲線圖, 如為直線, 即知撓度正比作用力 ($H \propto F$)。

六 撓度 H 與長度 L 之關係

1. 取鋁測試棒四支，寬均為 20 mm，厚均為 4 mm，但長度分別為 210 mm、310 mm、410 mm、510 mm，分別置於測定台上。測試長度均少 10 mm。
2. 如前面步驟一之測量，加重 1 kg (9.8 N) 後，分別量得其撓度 (H)。
3. 以長度的 3 次方為橫座標，撓度為縱座標畫出曲線圖。如為直線，即知撓度正比於長度的 3 次方 ($H \propto L^3$)。

七 驗證彈性曲線方程式

從實驗步驟二至六所獲得的數據證實以下的關係，適當選擇前面數據中有關數據代入，即可求得其比例常數 k 。如 k 值接近 0.25，即與理論吻合。

$$H \propto \frac{FL^3}{EBt^3} \Rightarrow H = k \frac{FL^3}{EBt^3} \Rightarrow k = 0.25$$

實驗八 楊氏係數之測定測微表報告

一、求楊氏係數 E

測試長度 $L = 430 \text{ mm}$ (試件長度 510 mm)

寬度 $B = 20 \text{ mm}$

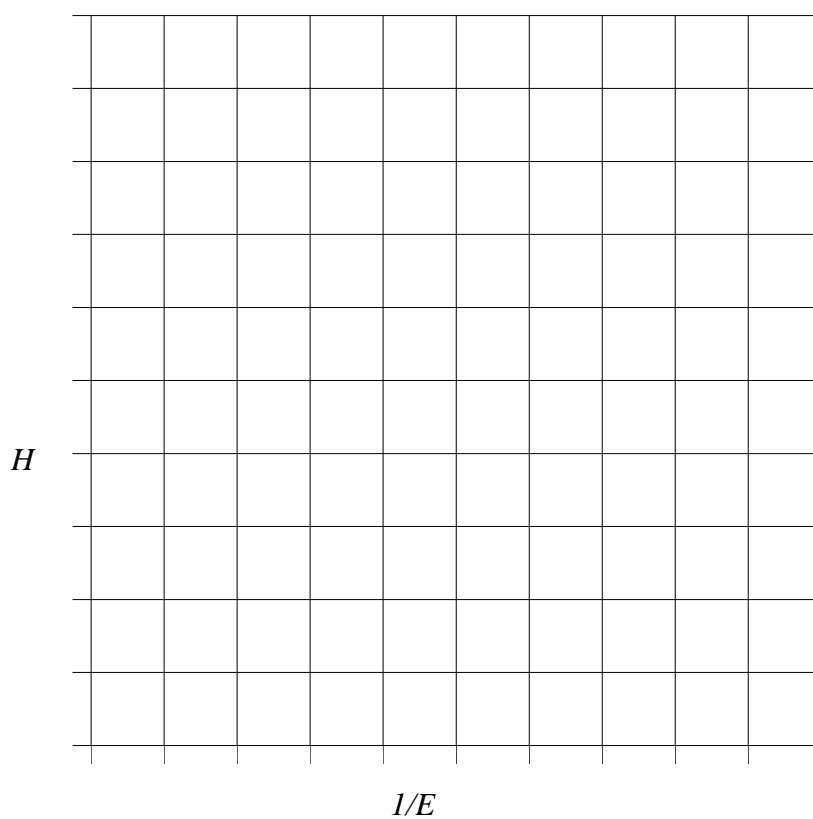
厚度 $t = 4 \text{ mm}$

作用力 $F = 9.8 \text{ N}$

數據 試件	量表讀數		撓度 $H = H_0 - H_1$ (mm)	楊氏係數 實驗值 (N/mm^2)	楊氏係數 公認值 (N/mm^2)	百分誤差 (%)
	H_0 (mm)	H_1 (mm)				
鋁						
銅						
黃銅						
鋼						

二、 H 與 E 的關係：

試件 數據	鋁	銅	黃銅	鋼
H (mm)				
$\frac{1}{E}$ (N/mm ²)				

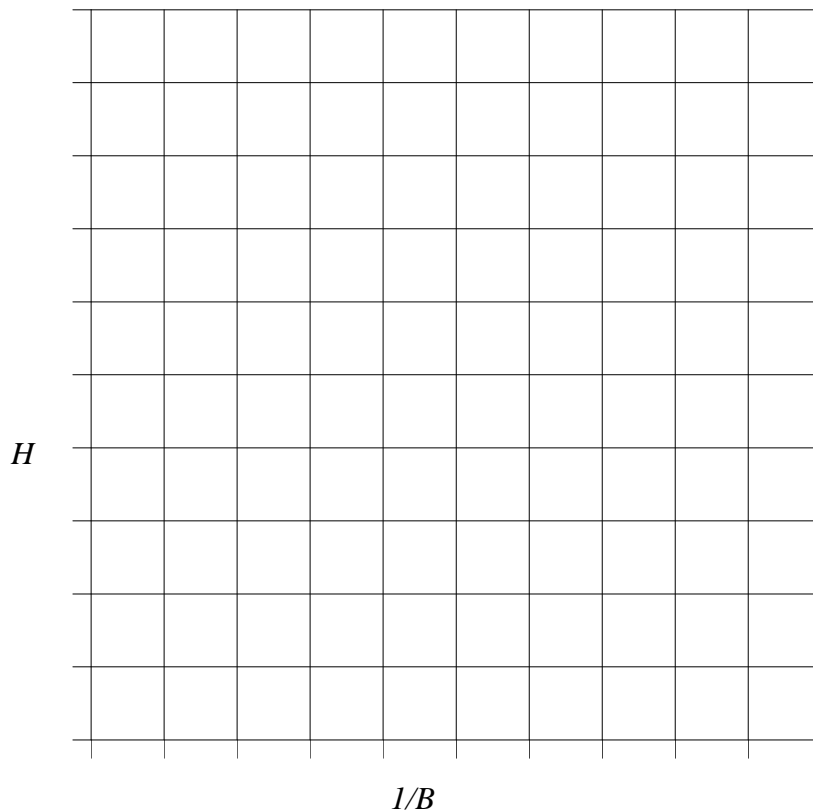


三、 H 與 B 的關係：(鋁棒)

測試長度 $L = 430 \text{ mm}$ (試件長度 510 mm)

作用力 $F = 9.8 \text{ N}$

試件截面 數據		10x5 (mm ²)	15x5 (mm ²)	20x5 (mm ²)	25x5 (mm ²)	30x5 (mm ²)
寬度 B 測量值(mm)						
讀表 量數	H_0					
	H_1					
撓度 H (mm)						
$\frac{1}{B}$ (1/mm)						

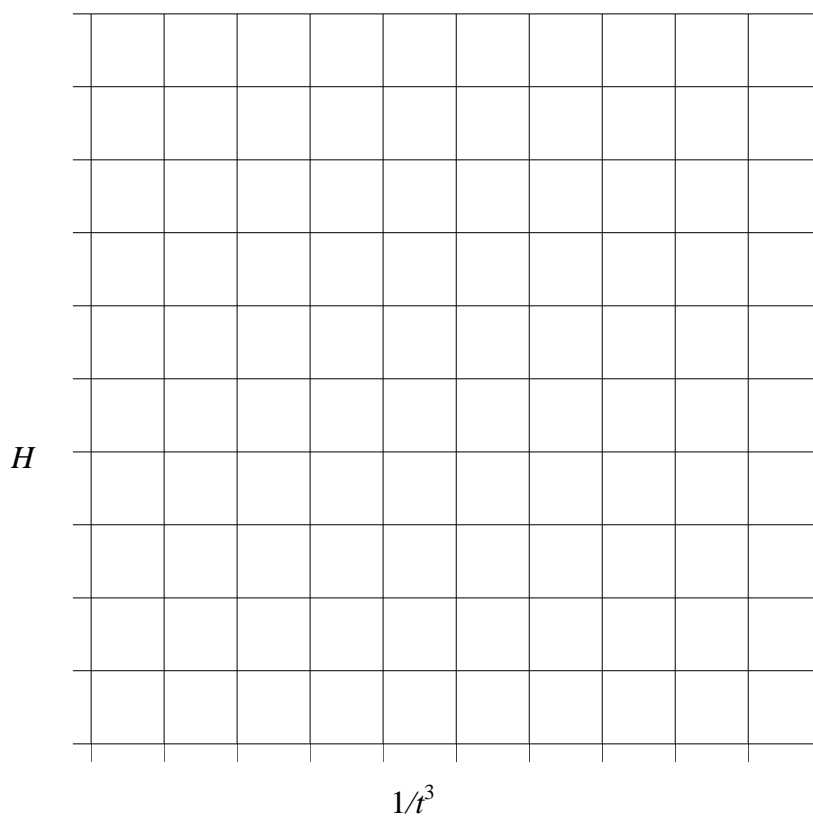


四、 H 與 t 的關係 (鋁棒)

測試長度 $L = 430 \text{ mm}$ (試件長度 510 mm)

作用力 $F = 9.8 \text{ N}$

試件截面 數據		20x3 (mm ²)	20x4 (mm ²)	20x5 (mm ²)	20x6 (mm ²)	20x8 (mm ²)
厚度 t 測量值(mm)						
讀表 量數	H_0					
	H_1					
撓度 H (mm)						
$\frac{1}{t^3}$ (1/mm ³)						



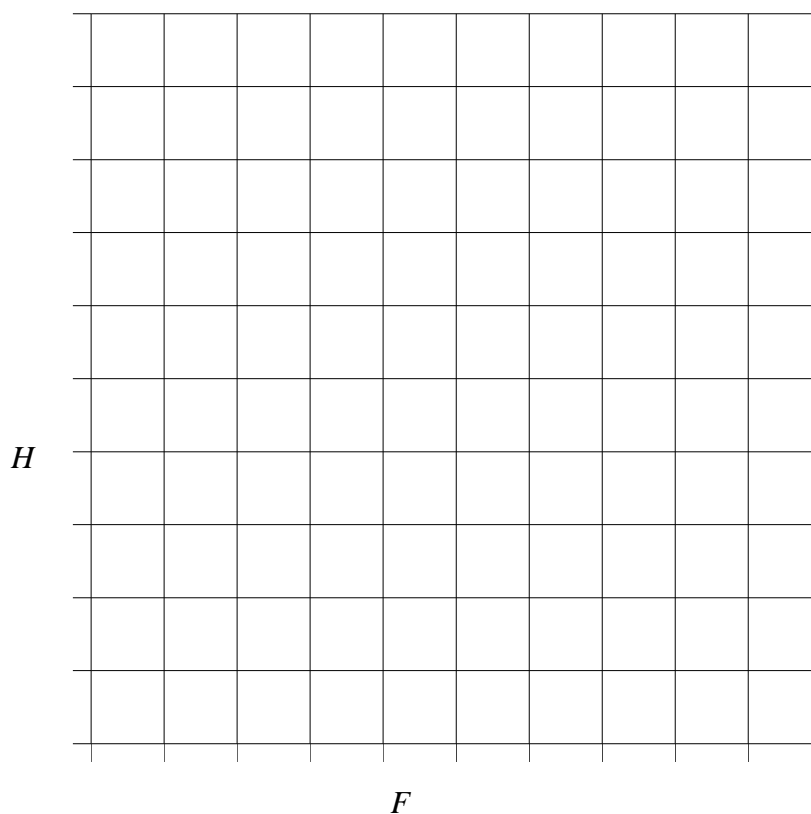
五、 H 與 F 的關係 (鋁棒)

測試長度 $L = 430 \text{ mm}$ (試件長度 = 510 mm)

試件寬度 $B = 20 \text{ mm}$

厚度 $t = 5 \text{ mm}$

作用力 F (kg)		0.5	1	1.5	2.0
量表 讀數	H_0				
	H_1				
撓度 H (mm)					

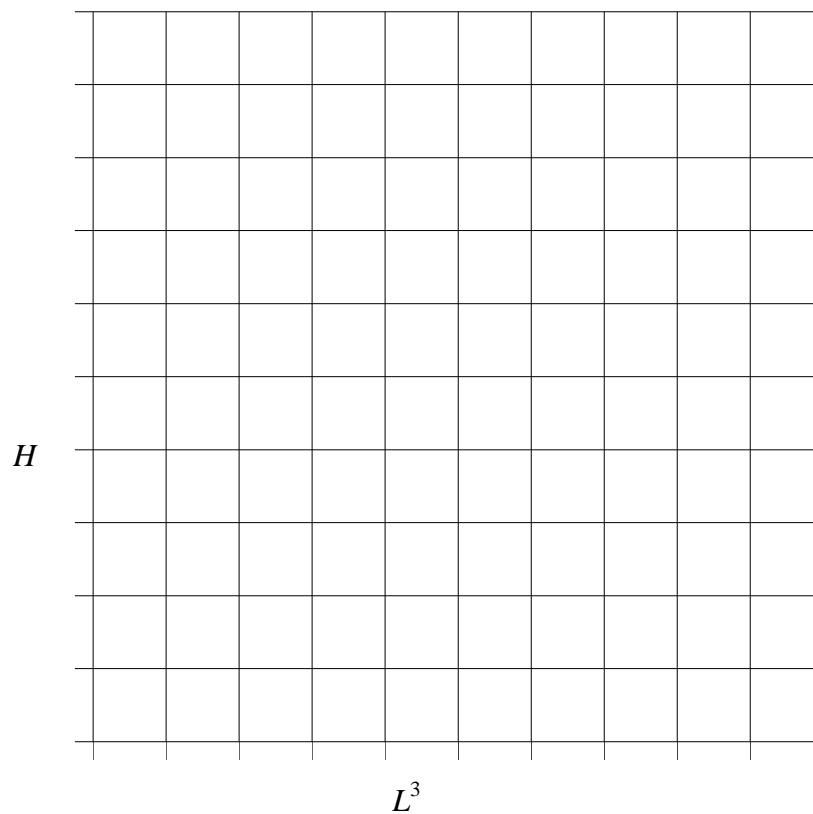


六、 H 與 L 的關係 (鋁棒)

試件截面 $20\text{ mm} \times 4\text{ mm}$

作用力 $F = 9.8\text{ N}$

試件長 (cm)		210	310	410	510
測試長 L (cm)		130	230	330	430
量表 讀數 (mm)	H_0				
	H_1				
撓度 H (mm)					
L^3 (cm ³)					



七、算出比例常數 k 值