

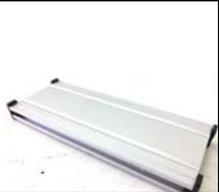
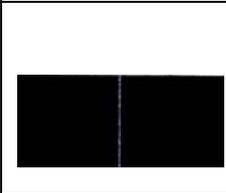
實驗十二:精密狹縫干涉與繞射實驗

【目的】

- 觀察狹縫繞射現象
- 觀察單狹縫與多狹縫干涉
- 利用狹縫繞射估算雷射光波長
- 利用單狹縫繞射估計細線寬
- 利用多狹縫干涉估計孔洞之間的距離

【儀器】

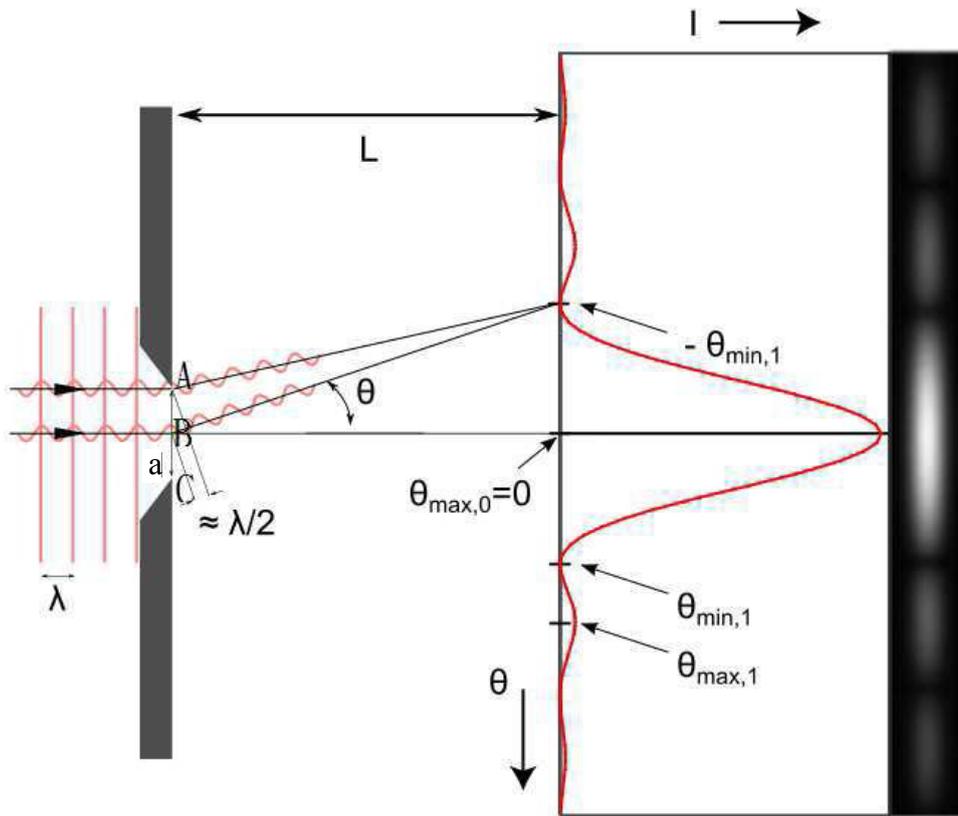
項次	配件名稱	數量	項次	配件名稱	數量
1	650nm 半導體雷射光源	1	2	雷射固定架	1
3	迴轉式定位狹縫片組	1	4	滑具	2
5	擠型鋁軌	1	6	投射影屏	1
7	影屏固定檯	1	8	3VDC 電源	1

				
1	2	3	4	5
			紅色雷射光波長 $\lambda = 650 \text{ nm}$ 綠色雷射光波長 $\lambda = 532 \text{ nm}$	
6	7	8		

【原理】

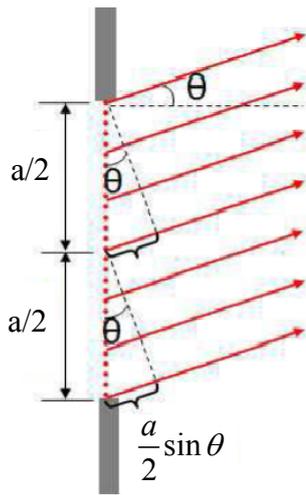
單狹縫繞射

當光通過狹縫時會出現幾何光學不能解釋的現象，這些現象可以用波動光學的海更士原理來解釋(海更士原理：波動的波前上每一點皆可視為一個新的點波源，以各新點波源為中心各自發出子波，所有子波的包絡面形成新的波前)。光的繞射理論所涉及的數學處理相當複雜，光通過單狹縫的繞射情況中，如果照射狹縫的光源是平行光，且從狹縫透出後，沿任一方向射抵光屏的光線皆可視為彼此平行則因所涉及的波前可視為平面波，故可用簡單的數學來分析。在這種情況下的繞射，稱為 Fraunhofer diffraction；如果使用點光源，且光源和光屏距離狹縫不遠，則稱為 Fresnel diffraction，在數學分析上，必須考慮球面波前，處理相當繁難，因此不再本實驗討論。

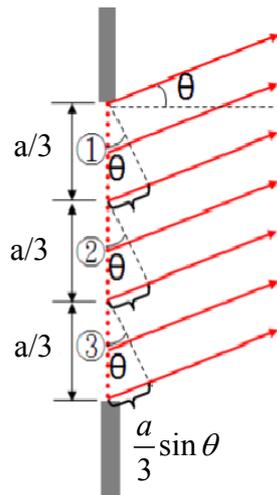


圖一

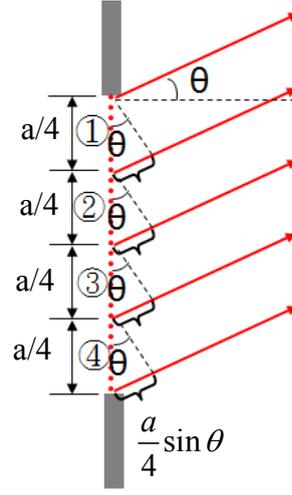
今有一單狹縫寬度為 a ，其距離屏幕 L ，如圖一。將寬度為 a 的狹縫均分為上下兩段，每段長度分別為 $a/2$ ，考慮來自上段頂部的一束光 A 與來自下段頂部 B (即狹縫中點) 的一束光(波長為 λ) 這兩個點光源的距離為狹縫長度的一半。當兩束光傳播到觀察屏上距離中央極大值最近的位置 (此處到狹縫中點連線與狹縫垂直平分線的夾角為 θ)，兩束光的光程差等於半個波長， $\overline{BP} - \overline{AP} = \frac{\lambda}{2} = \frac{a}{2} \sin \theta$ 時，二者將發生干涉相消。現在考慮上段中點和下段中點發出的兩束光，如果它們在相應位置的光程差也等於半個波長，則狹縫上半區與下半區的光線到達屏幕時配對相消，產生第一暗紋，如圖二。若將單狹縫均分為三等分，即 $\frac{a}{3} \sin \theta = \frac{\lambda}{2}$ ，狹縫 1 區和 2 區的光線到達屏幕時配對相消，留下 3 區的光線，形成第一亮紋，如圖三。若將單狹縫分成四等分，即 $\frac{a}{4} \sin \theta = \frac{\lambda}{2}$ ，狹縫 1 區和 2 區的光線，3 區和 4 區到達屏幕時配對相消，因此形成第二暗紋，如圖四。



圖二



圖三



圖四

以此類推我們可以得到繞射條紋發生的方位角 θ 公式:

(1) $a \sin \theta = n\lambda$ $n = \pm 1, \pm 2, \dots$ 第n條暗紋

(2) $a \sin \theta = (m + \frac{1}{2})\lambda$ $m = \pm 1, \pm 2, \dots$ 第m條亮紋

(3) $a \sin \theta = 0$ 中央亮紋

因 θ 通常非常的小，所以 $\sin \theta \approx \tan \theta = \frac{y}{L}$ ，將其代入上述結果可以得到條紋與中央亮紋中線的距離 y 之公式:

(1) $y = n \frac{L\lambda}{a}$ $n = \pm 1, \pm 2, \dots$ 第n條暗紋

(2) $y = (m + \frac{1}{2}) \frac{L\lambda}{a}$ $m = \pm 1, \pm 2, \dots$ 第m條亮紋

再來我們可以由圖一條紋分布圖可知道中央亮帶寬度 D 為其兩旁第一暗紋的距離，即:

$$D = 2y_{\text{第一暗紋}} = 2 \times \frac{L\lambda}{a}$$

其他亮紋或相鄰兩暗紋的間距為:

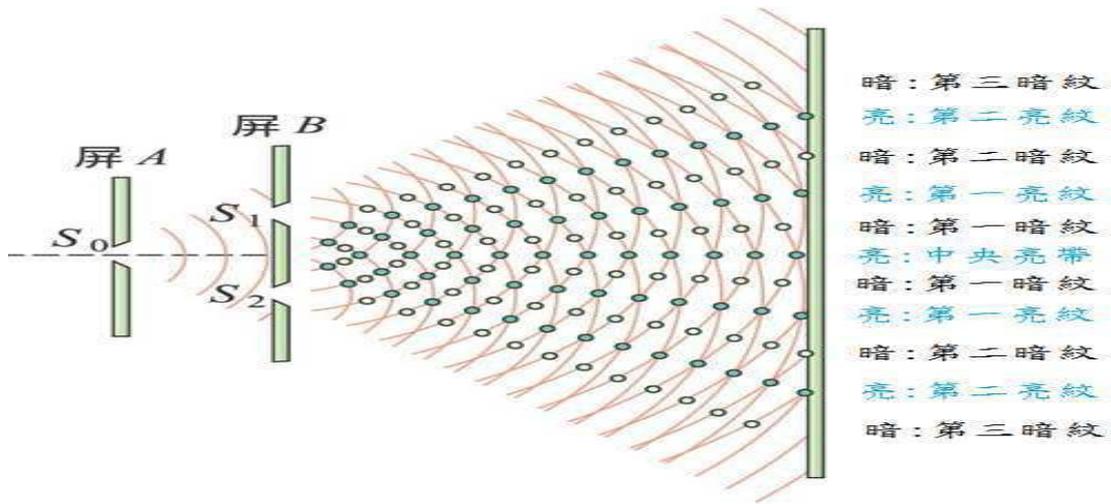
$$\Delta y = y_{m+1} - y_m = y_{n+1} - y_n = \frac{L\lambda}{a} = \frac{1}{2} D$$

因此我們可以得到：

- (1) 中央亮紋寬度為其他亮帶寬度的兩倍。
- (2) 亮帶的寬度和雷射光的波長、單狹縫到屏幕的距離成正比。
- (3) 亮帶的寬度和單狹縫的寬度成反比。

楊格雙狹縫

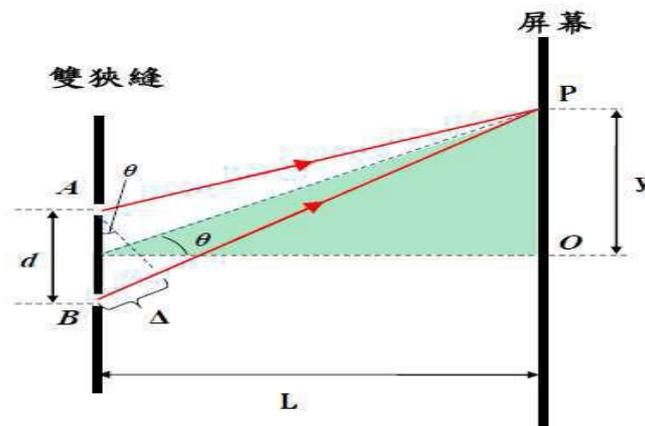
在雙狹縫的情形，我們最熟悉的就是楊格雙狹縫實驗。他是一束光 S_0 經過兩道狹縫 S_1 和 S_2 繞射為兩個以 S_1 及 S_2 為圓心的球面波，這兩個球面波到達屏幕後因互相重疊產生干涉形成明暗條紋的現象(須滿足 Fraunhofer diffraction)，產生亮暗條紋的主要原因是光經由兩狹縫到屏幕上一點 P 產生光程差造成，如圖五所示。



圖五

建設性干涉(亮紋)或破壞性干涉(暗紋)。圖六，建設性干涉(又稱相長干涉)為兩波達 P 點時光程差為光波長的整數倍，即 $\Delta = d \sin\theta = n\lambda$ $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ；破壞性干涉(又稱相消干涉)為兩波達 P 點時光程差為半波長的奇數倍，即：

$$\Delta = d \sin\theta = m \frac{\lambda}{2} \quad m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$



圖六

綜合以上結果我們可以整理出干涉條紋與方位角 θ 公式:

- (1) 建設性干涉(亮紋中線)

$$\Delta = d \sin \theta = n\lambda \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

- (2) 破壞性干涉(暗紋中線)

$$\Delta = d \sin \theta = m \frac{\lambda}{2} \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

因 θ 通常非常的小，所以，將其代入上述結果可以得到條紋與中央亮紋中線之距離 y 為:

- (1) 建設性干涉

$$y = n \frac{L\lambda}{d} \quad n = \pm 1, \pm 2, \dots$$

- (2) 破壞性干涉

$$y = m \cdot \frac{L\lambda}{2d} \quad m = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \dots$$

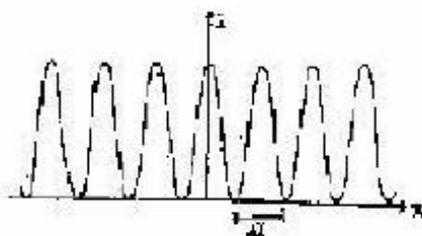
- (3) 相鄰兩暗紋(或兩亮紋)的距離

$$\Delta y = y_{n+1} - y_n = y_{m+1} - y_m = \frac{L\lambda}{d}$$

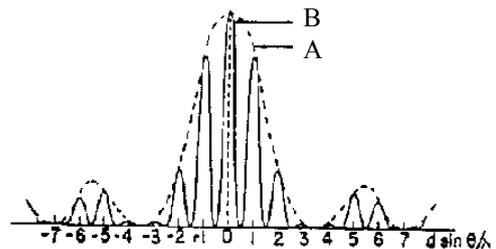
由上述結果我們可以得到:

- (1) 亮帶的寬度和光波波長成正比，和狹縫間距成反比。
 (2) 中央亮紋寬度=兩旁第一暗紋距離= $2y_0 = \Delta y$ ，與其他亮紋寬度相同。

以上所得結果都是考慮理想的情況，即是將每一個狹縫寬度都趨近於 0。這是因為只要狹縫有寬度，即須多考慮每一個狹縫的繞射情況，所以圖七為理想雙狹縫干涉圖案，不考慮繞射情形，純粹只有兩個狹縫的干涉。但實際情形，狹縫都有一定的寬度，所以楊格雙狹縫實驗結果必須加上單狹縫繞射的影響，所以我們看到的是雙狹縫的干涉及單狹縫的繞射圖形重疊在一起所形成的條紋，如圖八，A 虛線為繞射的條紋，B 實線為干涉的條紋。



圖七

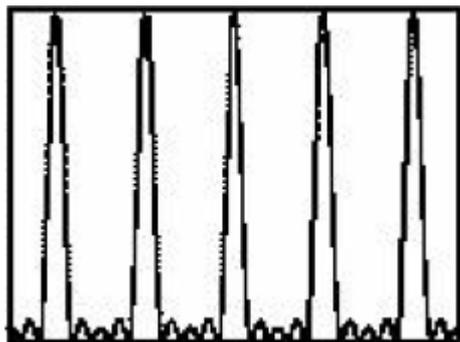


圖八

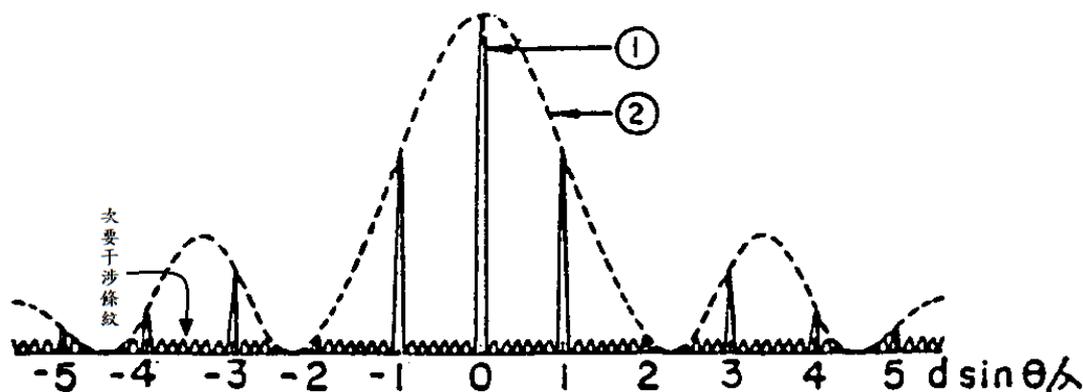
多狹縫繞射

光透過一系列寬度相同，互相平行且等距離的狹縫後，形成一系列相同的繞射紋。若狹縫之間的距離很小，這一系列的光束會重疊而互相干涉，使繞射紋裡出現非常狹窄的干涉亮紋。當狹縫的數目極多時，主要的干涉亮紋會變得非常狹窄而明亮，次要干涉亮紋會變得微弱而不可見，也就是說，這時候光被集中在狹窄的亮紋上，這個特性可以利用來分析光譜。其實多狹縫原理跟雙狹縫原理一樣，唯一差在多狹縫有更多的干涉，造成亮紋更狹窄。

圖九，為理想多狹縫($N > 2$)干涉圖案，但我們一樣必須考慮單狹縫繞射情形，因此我們看到的圖案會像圖十。



圖九



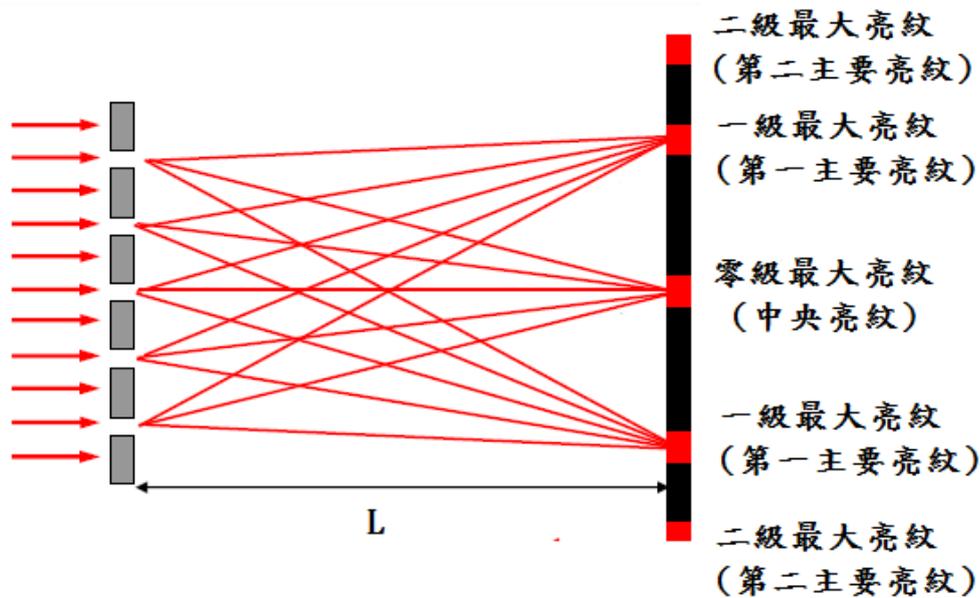
圖十

多狹縫的實驗結果我們由雙狹縫實驗下去看，若狹縫間的距離為 d ，則當鄰近狹縫到同一屏幕位置所形成的光程差為波長的整數倍時，會形成建設性干涉。而光程差為半波長奇數倍時，會形成破壞性干涉。但考慮多狹縫的情況時，除了任兩個鄰近狹縫之光會因破壞性干涉而相互抵消，剩餘經過的狹縫光會因無其他干涉效應而在屏幕上呈現較微弱的光，所以多狹縫干涉圖形如圖九會發現，於兩個較大干涉亮紋之間會有一些較微弱的亮紋。因此在多狹縫內我們並不考慮暗紋的位置，我們僅考慮主要亮紋。主要亮紋為建設性干涉的條件，即：

$$\Delta = m\lambda = d \sin \theta = d \frac{y}{L} \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$y_{\text{主要亮紋}} = m \cdot \frac{L\lambda}{d} \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

其中 d 是鄰近兩狹縫的中心相距距離， θ 是第 m 條主要干涉亮紋之入射光與中央亮紋的連線之間的夾角， y 是第 m 條主要干涉亮紋與中央亮紋的距離，如圖十一。



圖十一

【實驗步驟】

(一)單狹縫繞射:

- 1 架設好雷射與狹縫轉盤後，將轉盤轉到 (I) 處，並記錄狹縫寬度 a 值。切記需調整雷射位置，使雷射準確的打在狹縫上，確切的方法須看屏幕上的狹縫圖案是否清晰為主。
- 2 調整屏幕與狹縫距離 L ，調整至方便測量狹縫的寬度為主，並記錄 L 值。
- 3 找尋中央亮紋，即條紋的對稱中心，量測中央亮紋的寬度，記錄之。
- 4 依序測量左右第一暗紋中心及第二暗紋中心與中央亮紋中線距離 y 並記錄之。
- 5 利用單狹縫繞射公式計算 y 之理論值與實驗值做比較。
- 6 轉動狹縫轉盤至其餘單狹縫(I)，重複步驟 1~5。

(二)楊格雙狹縫:

- 1 將轉盤轉到 (II) 處，並記錄狹縫寬度 a 與間距 d ，再次確認雷射是否準確打在狹縫上。
- 2 調整屏幕與狹縫距離 L ，調整至方便測量狹縫的寬度為主，並記錄 L 值。
- 3 找尋中央亮紋，即條紋的對稱中心，量測中央亮紋的寬度，記錄之。
- 4 依序測量左右第一暗紋中心及第二暗紋中心與中央亮紋中線距離 y 並記錄之。
- 5 利用楊格雙狹縫公式計算 y 之理論值與實驗值做比較。
- 6 轉動狹縫轉盤至其餘雙狹縫(II)，重複步驟 1~5。

(三)多狹縫繞射:

- 1 將轉盤轉到 (III) 處，並記錄狹縫寬度 a 與間距 d ，並且確認雷射準確打在狹縫上。
- 2 調整屏幕與狹縫距離 L ，調整至方便測量狹縫的寬度為主，並記錄 L 值。
- 3 找尋中央亮紋中線，即條紋的對稱中心。
- 4 依序測量左右第一亮紋中心及第二亮紋中心與中央亮紋中線距離 y 並記錄之。
- 5 利用多狹縫公式計算 y 之理論值與實驗值做比較。
- 6 轉動狹縫轉盤至其餘多狹縫，重複步驟 1~5。

【實驗數據】

a.單狹縫：			單位：mm
狹縫寬度 $a =$		雷射光波長 $\lambda =$	
屏幕與狹縫間距 $L =$			
區域	y 實驗值	y 理論值	誤差值
中央亮帶寬度			
右第一暗紋			
右第二暗紋			
左第一暗紋			
左第二暗紋			

b.單狹縫：			單位：mm
狹縫寬度 $a =$		雷射光波長 $\lambda =$	
屏幕與狹縫間距 $L =$			
區域	y 實驗值	y 理論值	誤差值
中央亮帶寬度			
右第一暗紋			
右第二暗紋			
左第一暗紋			
左第二暗紋			

c.單狹縫：			單位：mm
狹縫寬度 $a =$		雷射光波長 $\lambda =$	
屏幕與狹縫間距 $L =$			
區域	y 實驗值	y 理論值	誤差值
中央亮帶寬度			
右第一暗紋			
右第二暗紋			
左第一暗紋			
左第二暗紋			

d. 雙狹縫：		單位：mm	
狹縫寬度 $a =$		狹縫間距 $d =$	
屏幕與狹縫間距 $L =$		雷射光波長 $\lambda =$	
繞射結果			
區域	y 實驗值	y 理論值	誤差值
中央亮帶寬度			
右第一暗紋			
右第二暗紋			
左第一暗紋			
左第二暗紋			
干涉結果			
	實驗建設性干涉 y	理論建設性干涉 y	誤差值
右第一亮紋			
右第二亮紋			
右第三亮紋			
	實驗破壞性干涉 y	理論破壞性干涉 y	誤差值
左第一暗紋			
左第二暗紋			
左第三暗紋			

e. 雙狹縫：		單位：mm	
狹縫寬度 $a =$		狹縫間距 $d =$	
屏幕與狹縫間距 $L =$		雷射光波長 $\lambda =$	
繞射結果			
區域	y 實驗值	y 理論值	誤差值
中央亮帶寬度			
右第一暗紋			
右第二暗紋			
左第一暗紋			
左第二暗紋			
干涉結果			
	實驗建設性干涉 y	理論建設性干涉 y	誤差值
右第一亮紋			
右第二亮紋			
右第三亮紋			
	實驗破壞性干涉 y	理論破壞性干涉 y	誤差值
左第一暗紋			
左第二暗紋			
左第三暗紋			

f. 雙狹縫：		單位：mm	
狹縫寬度 $a =$		狹縫間距 $d =$	
屏幕與狹縫間距 $L =$		雷射光波長 $\lambda =$	
繞射結果			
區域	y 實驗值	y 理論值	誤差值
中央亮帶寬度			
右第一暗紋			
右第二暗紋			
左第一暗紋			
左第二暗紋			
干涉結果			
	實驗建設性干涉 y	理論建設性干涉 y	誤差值
右第一亮紋			
右第二亮紋			
右第三亮紋			
	實驗破壞性干涉 y	理論破壞性干涉 y	誤差值
左第一暗紋			
左第二暗紋			
左第三暗紋			

g. 三狹縫：		單位：mm	
狹縫寬度 $a =$		狹縫間距 $d =$	
屏幕與狹縫間距 $L =$		雷射光波長 $\lambda =$	
繞射結果			
區域	y 實驗值	y 理論值	誤差值
中央亮帶寬度			
右第一暗紋			
右第二暗紋			
左第一暗紋			
左第二暗紋			
干涉結果			
	實驗建設性干涉 y	理論建設性干涉 y	誤差值
右第一亮紋			
右第二亮紋			
右第三亮紋			
	實驗破壞性干涉 y	理論破壞性干涉 y	誤差值
左第一暗紋			
左第二暗紋			
左第三暗紋			

h. 五狹縫：		單位：mm	
狹縫寬度 $a =$		狹縫間距 $d =$	
屏幕與狹縫間距 $L =$		雷射光波長 $\lambda =$	
繞射結果			
區域	y 實驗值	y 理論值	誤差值
中央亮帶寬度			
右第一暗紋			
右第二暗紋			
左第一暗紋			
左第二暗紋			
干涉結果			
	實驗建設性干涉 y	理論建設性干涉 y	誤差值
右第一亮紋			
右第二亮紋			
右第三暗紋			
	實驗破壞性干涉 y	理論破壞性干涉 y	誤差值
左第一暗紋			
左第二暗紋			
左第三暗紋			